

Возведение квадратной матрицы в степень

Для квадратных матриц можно естественным образом задать операцию возведения в степень n . Для этого n должно быть целым числом. Определение данной операции для различных степеней n приведено в таблице.

Результаты возведения матрицы в степень

n	\mathbf{A}^n
0	единичная матрица размерности матрицы \mathbf{A}
1	сама матрица \mathbf{A}
-1	\mathbf{A}^{-1} — матрица, обратная \mathbf{A}
2, 3, ...	$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}, (\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{A}, \dots$
-2, -3, ...	$\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}, (\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}) \cdot \mathbf{A}^{-1}, \dots$

Некоторые примеры возведения матриц в степень приведены в листинге 2.14.

Листинг 2.14. Примеры возведения квадратной матрицы в целую степень

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.333 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3.003 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{-2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.111 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$