Обращение квадратной матрицы

Обратной по отношению к квадратной матрице **A** называется матрица $\mathbf{A}^{-1}$ (пример 2.13), которая удовлетворяет следующему матричному соотношению:

$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}^{-1}=\mathbf{I}$

(где **I** – единичная матрица).

Можно показать, что если $\mathbf{A}^{-1}$ – обратная матрица, т.е. если $\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}^{-1}=\mathbf{I}$, то будет выполнено и такое соотношение $\mathbf{A}^{-1}\cdot\mathbf{A}=\mathbf{I}$. Также легко вывести еще одно простое правило: $(\mathbf{A}^{-1})^{-1}=\mathbf{A}$. Кроме того, очевидно, что $\mathbf{I}^{-1}=\mathbf{I}$.

> ***Внимание!***
> Процедура обращения матриц (в особенности, большого размера) является весьма нетривиальной. Вообще говоря, не каждая матрица имеет обратную. В частности, нельзя обратить нулевую матрицу. Матрица, которую нельзя обратить, называется *вырожденной* или *сингулярной*. Ограничимся здесь простым определением обратной матрицы, оставив на будущее обсуждение проблеме расчета и условий существования, а также более сложное понятие *псевдообращения* матриц, определенное и для прямоугольных матриц.

Пример 2.13. Обратная матрица

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1.778 & 0.889 & -0.111 \\ 1.556 & -0.778 & 0.222 \\ -0.111 & 0.222 & -0.111 \end{pmatrix}$$

$$A\cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}\cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$